

Astronomische Kriterien für die Unabhängigkeit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes von der Bewegung der Lichtquelle. Von *P. Guthnick*.

Im 14. Bande der Physikalischen Zeitschrift, Seite 429, hat Herr *de Sitter* darauf hingewiesen, daß die auf der Emissionstheorie beruhende Annahme von *Ritz*, nach welcher die Lichtgeschwindigkeit gleich der Summe der Geschwindigkeit der Lichtfortpflanzung für die ruhende Lichtquelle und der in die Fortpflanzungsrichtung fallenden Geschwindigkeitskomponente der bewegten Lichtquelle sein soll, bei den spektroskopischen Doppelsternen zu Folgerungen führt, die durch die Beobachtung nicht bestätigt werden.

Ist nämlich $\pm K$ die Radialgeschwindigkeit der betrachteten Komponente eines spektroskopischen Doppelsternsystems für die beiden Knotendurchgänge — die Bahn werde der Einfachheit halber als kreisförmig und die Schwerpunkts- geschwindigkeit gleich Null vorausgesetzt — ferner V die Lichtgeschwindigkeit für die ruhende Lichtquelle, U die Umlaufzeit in Sekunden, Δ die Entfernung des Systems vom Beobachter in Kilometern, d. h. in derselben Einheit wie K und V , so würde scheinbar das Bahnstück vom aufsteigenden zum absteigenden Knoten (im Sinne der Bewegungsrichtung) auf Grund der *Ritz*schen Annahme genähert in der Zeit $\frac{1}{2}U - 2K\Delta/V^2$, das andere Bahnstück dagegen in der Zeit $\frac{1}{2}U + 2K\Delta/V^2$ durchlaufen werden. Da nun $2K\Delta/V^2$ bereits für ein verhältnismäßig kleines Δ und eine mittlere Umlaufzeit U und Amplitude K von derselben Größenordnung wie $\frac{1}{2}U$ wird, so würde in vielen Fällen die scheinbare Bewegung in den spektroskopischen Doppelsternsystemen nicht mehr befriedigend durch das Gravitationsgesetz darstellbar sein. Herr *de Sitter* führt als Beispiel (in runden Zahlen) an: Parallaxe $0''.1$, $U = 16^d$, $K = 100$ km; für diese Werte verschwindet die Größe $\frac{1}{2}U - 2K\Delta/V^2$ nahezu, sodaß also die beiden Knotendurchgänge scheinbar zusammenfallen würden. In der Tat verträgt sich der *Ritz*-sche Ansatz in dieser Form nicht mit den beobachteten Tatsachen.

Die Sachlage wird jedoch eine wesentlich andere, wenn man die Hypothese von *Ritz*, vorläufig ohne Rücksicht auf die Möglichkeit einer physikalischen Deutung, durch eine etwas allgemeinere ersetzt, indem man annimmt, daß die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes durch die Bewegung der Lichtquelle eine Veränderung (Vergrößerung in Richtung der Bewegung, Verkleinerung in entgegengesetzter Richtung) erleide, die für eine gegebene, mit gleichförmiger Geschwindigkeit sich bewegende Lichtquelle proportional der in die Richtung der Lichtfortpflanzung fallenden Bewegungs- komponente dieser Lichtquelle, im übrigen aber eine, vielleicht von der Masse oder der Konstitution der Lichtquelle abhängende, jedenfalls noch unbekannt Funktion der Geschwindigkeit derselben sei, deren Betrag nur einen kleinen Bruchteil des Wertes der Bewegungskomponente erreicht. Diese Annahme besitzt vom physikalischen Standpunkte gegenwärtig keine größere Wahrscheinlichkeit als die *Ritz*-sche, jedoch ist die aufgeworfene Frage überhaupt von so fundamentaler Bedeutung, daß ihre sorgfältige Prüfung durchaus nicht überflüssig erscheint. Diese Prüfung kann auf verhältnismäßig einfache Weise erfolgen.

Es sei ein spektroskopisches Doppelsternsystem gegeben

mit der Umlaufzeit U , der (halben) Amplitude K und der heliozentrischen Entfernung Δ des Schwerpunktes des Systems. Die geozentrische Betrachtung soll durch die heliozentrische ersetzt, ferner sollen die Dimensionen der Bahn des Systems und der betrachteten Komponente selbst vernachlässigt werden. Die gleichmäßige Schwerpunktsbewegung würde nur eine Änderung des konstanten Teiles der Lichtgeschwindigkeit zur Folge haben; sie bedarf daher keiner näheren Betrachtung. Ebenso ist das Vorhandensein einer merklichen Bahn- exzentrizität für das folgende zunächst von nebensächlicher Bedeutung; wir setzen daher $e = 0$. Es sei also V die Lichtgeschwindigkeit für die nur mit der Schwerpunkts- bewegung behaftete Lichtquelle, l die Länge in der Bahn, gerechnet vom aufsteigenden Knoten, q die Radialgeschwin- digkeit der Lichtquelle, μ die tägliche Bewegung im System in Einheiten des Radius der Bahn, $f(K)$ die durch die Bahn- bewegung der Lichtquelle bewirkte Veränderung der Licht- geschwindigkeit in Richtung der Bewegung. Bezüglich der Beschaffenheit von f ist es nicht notwendig, Voraussetzungen zu machen.

Eine bestimmte Phase der Bahnbewegung, welche bei konstanter Lichtgeschwindigkeit — nach obigem unter Ver- nachlässigung des periodischen Teiles der Lichtgleichung — zur Zeit $t_0 + \Delta/V$ beobachtet werden würde, müßte nach unserer Annahme zur Zeit $t_0 + \Delta/[V - f(K) \cdot \cos l]$ beobachtet werden. Man hat also

$$q = K \cos[l - (\mu/86400)(\Delta/V^2)(f(K) \cos l / [1 - f(K) \cos l / V])] \quad (1)$$

oder genähert

$$q = K \cos[l - (\mu/86400)(\Delta/V^2)f(K) \cos l].$$

Setzt man

$$(\mu/86400)(\Delta/V^2)f(K) = k \quad (1)$$

so erhält die Gleichung die einfache Form

$$q = K \cos(l - k \cos l). \quad (2)$$

In der elliptischen Bahn ist bekanntlich, wenn mit ω der Abstand des Periastrons vom aufsteigenden Knoten be- zeichnet wird,

$$q = K \cos[l + 2e \sin(l - \omega) + \frac{5}{4}e^2 \sin 2(l - \omega) - \dots]. \quad (3)$$

Die Vergleichung der beiden Gleichungen (2) und (3) unter Berücksichtigung von (1) ergibt, daß die vorausgesetzte Veränderlichkeit der Lichtgeschwindigkeit, wenn man von den $e^2, e^3 \dots$ enthaltenden Gliedern absieht, eine scheinbare Exzentrizität vom Betrage

$$\frac{1}{2}k = \frac{1}{2}(\mu \Delta/86400 V^2)f(K) \quad (4)$$

erzeugen würde; die Länge des scheinbaren Periastrons würde 90° betragen. Selbst bei einer Amplitude von 100 km würde es schwierig sein, diese scheinbare Exzentrizität ihrem wahren Charakter nach zu erkennen, solange sie etwa 0.3 nicht wesentlich übersteigt. Bei großen scheinbaren Exzentrizitäten würde, wie ersichtlich ist, die Darstellung durch elliptische Elemente merkliche, systematisch verlaufende Abweichungen übriglassen, deren Perioden $\frac{1}{2}U, \frac{1}{3}U$ usw. sein würden.

Ein Kriterium für das Vorhandensein von Abweichungen einer beobachteten Bahn von der *Keplerschen* Ellipse, die auf eine Abhängigkeit der Lichtgeschwindigkeit von der Bewegung der Lichtquelle hinweisen, hat Herr *Comstock* im Ap. J. 31.364 aufgestellt. Dieses Kriterium betrifft im Gegensatz zu den unten besprochenen die beobachtete Bahn einer Komponente für sich.

Der Effekt unserer Annahme ist nach obigem der, daß die beobachteten Werte der Periastron, unter Berücksichtigung der Eigen-Exzentrizitäten der Bahnen, das Bahnstück vom aufsteigenden zum absteigenden Knoten bevorzugen müßten. Bekanntlich ist dies tatsächlich anscheinend der Fall, wenigstens bei den Bahnen mit größeren Exzentrizitäten (*Miller, Barr*, Journ. of the R. A. S. of Canada, Vol. 2, 1908, p. 70; *Ludendorff*, A. N. 4415; *Schlesinger* und *Baker*, Publ. of the Allegheny Obs., Vol. I, Nr. 21), und eine stichhaltige Erklärung dieser eigentümlichen Erscheinung steht noch aus.

Es entsteht also die Frage, ob die spektroskopischen Beobachtungsergebnisse auf eine im Sinne obiger Annahme veränderliche Lichtgeschwindigkeit hindeuten, oder ob eine andere Erklärung näher liegt.

Die spektroskopischen Doppelsterne bieten noch ein anderes Kriterium für die Unabhängigkeit der Lichtgeschwindigkeit von der Bewegung der Lichtquelle, welches vor den besprochenen den Vorzug der Eindeutigkeit besitzt. Die Veränderlichkeit der Lichtgeschwindigkeit würde nämlich bewirken, daß der Abstand der beobachteten Periastron der beiden Komponenten eines Systems nicht mehr 180° betrage, sondern unter Umständen sogar Null sein könnte. Es ist daher von Wichtigkeit, für solche Systeme mit merklicher Exzentrizität und möglichst kleiner Umlaufzeit und Parallaxe, deren Komponenten beide im Spektrum gut meßbar sind, unabhängige Bahnbestimmungen beider Komponenten durchzuführen und zu prüfen, ob die Bedingung für die relative Lage der Periastron innerhalb der Genauigkeit der Bestimmung erfüllt ist oder nicht.

Es möge jetzt noch festgestellt werden, unter welchen Umständen das von der betrachteten Doppelsternkomponente ausgehende Licht aus zwei verschiedenen Punkten l_1 und l_2 der Bahn den Beobachter zur gleichen Zeit erreicht. Die Gleichung, auf welche es ankommt, lautet:

$$[\Delta f(K)/V^2] \cos l_1 - [\Delta f(K)/V^2] \cos l_2 - 86400(l_2 - l_1)/\mu = P$$

oder

$$k(\cos l_1 - \cos l_2) + (l_1 - l_2) = P. \quad (5)$$

Wir beschränken uns auf die Fälle $k \leq \frac{1}{2}\pi$. Ist $P > 0$, so erreicht das Licht aus l_1 den Beobachter später als aus l_2 ; ist $P < 0$, so erreicht es ihn aus l_1 früher als aus l_2 ; ist $P = 0$, so kommt es aus den beiden Punkten, obwohl zu verschiedenen Zeiten ausgegangen, gleichzeitig an.

Setzt man $\varphi(l) = l + k \cos l$, so zeigen die Ableitungen $\varphi'(l)$, $\varphi''(l)$, $\varphi'''(l)$, daß für $k < 1$ die Funktion $\varphi(l)$ keine Maxima und Minima besitzt, somit die Bedingung $P = 0$ nur für $l_1 = l_2$ erfüllt sein kann. Für $k = 1$ ist der Punkt $l = 90^\circ$ ein Wendepunkt. Für $k > 1$ tritt in dem Bereich von 0 bis 2π ein Maximum und ein Minimum auf, und es können für einen gewissen Teilbereich zu jedem l_1 des Bereiches zwei, im allgemeinen voneinander verschiedene Werte $l_2 \neq l_1$ gefunden werden, dergestalt, daß die Gleichung $P = 0$ erfüllt wird.

Für $k = \frac{1}{2}\pi$ wird nach (1) $\Delta f(K)/V^2 = \frac{1}{4}U$, d. h. die Knotendurchgänge fallen scheinbar mit dem Periastron zusammen; dies ist der von Herrn *de Sitter* angezogene Fall. Für $k = 1$ wird

$$\Delta f(K)/V^2 = \frac{1}{2}U/\pi = 86400/\mu = At/\Delta l$$

wo t die Zeit bedeutet und das Zeichen Δ am Schluß als Differenzzeichen aufzufassen ist. Die geometrische Bedeutung dieser Gleichung liegt klar zu Tage.

Es sind für verschiedene Fälle Beispiele durchgerechnet worden; aus den Rechnungen seien folgende Zahlen angeführt.

Für $K = 100$ km, $k = 0.50$, ergibt sich eine Bahn, deren scheinbare Exzentrizität nach Gleichung (4) zu 0.25 angenommen wurde; die direkte Bestimmung von e ergab einen nur wenig verschiedenen Wert. Die Geschwindigkeitskurve ließ sich durch die elliptischen Elemente $e = 0.25$, $\omega = 90^\circ$, $K = 100$ km befriedigend darstellen. Die Abweichungen, im Maximalbetrage von ± 6 km, zeigten, wie zu erwarten war, einen systematischen Charakter; sie hätten sich durch eine Ausgleichung in bezug auf alle Bahnelemente zweifellos noch wesentlich herabdrücken lassen. Gegebenen Falles könnten solche Abweichungen das Vorhandensein einer dritten Komponente vortäuschen, deren Umlaufzeit gleich $\frac{1}{2}U$, oder auch gleich $\frac{1}{3}U$ zu sein schiene, wenn e^3 noch merklich wäre.

Setzt man $f(K) = 1$ km = 0.0003% der Lichtgeschwindigkeit, $U = 10^4$, $k = 0.50$, so wird die Parallaxe rund 0.005, ein nach unserer gegenwärtigen Vorstellung von den durchschnittlichen Parallaxen der helleren Sterne durchaus nicht extremer Wert. Man ersieht daraus, daß nur außerordentlich geringe Veränderungen der Lichtgeschwindigkeit hinreichen, um sehr merkbliche Effekte bei kurzperiodischen Systemen zu verursachen.

Für $k > 1$ finden zweifache Überlagerungen des Lichtes statt, z. B. für $k = 1.50$ zwischen den ungefähren Grenzen $l = 350^\circ$ und $l = 190^\circ$. Die scheinbare Helligkeit der an sich nicht veränderlichen Doppelsternkomponente würde für $k = 1.50$ während eines Teiles des Umlaufes, welcher rund 30° ihrer mittleren Bewegung entspricht, das dreifache der normalen Helligkeit betragen, während der übrigen Zeit dagegen konstant und gleich dem wahren Wert sein. Auf- und Abstieg der Helligkeit ergeben sich als momentane, solange man die räumliche Ausdehnung der Lichtquelle vernachlässigt. Die Symmetrieverhältnisse der Lichtkurve unter Berücksichtigung der Ausdehnung der Lichtquelle und der Bahnexzentrizität habe ich nicht untersucht. Die Erscheinungen würden an den Lichtwechsel der Antalgolsterne erinnern. Die beobachteten Linienverschiebungen im Spektrum würden die Resultante aus den Linienverschiebungen sein, welche den übereinandergelagerten Bahnpunkten entsprechen, falls nicht die angewandten Beobachtungsmittel die Trennung der drei bzw. zwei Linienkomponenten ermöglichten. Die Verbreiterung bzw. Trennung der Linien würden im Periastron am erheblichsten, das Mittel der Linien aber dort nicht verschoben sein; vorher würde eine positive, nachher eine negative Verschiebung des Mittels der Linien stattfinden. Von $l = 190^\circ$ bis $l = 350^\circ$ würden die Linien verbreitert bzw. einfach sein. Die Erscheinungen würden viel-

leicht nicht immer leicht von solchen zu unterscheiden sein, die durch eine reine Bahnbewegung erzeugt werden.

Der Einfluß veränderlicher Lichtgeschwindigkeit auf die Lichtkurven kurzperiodischer Veränderlicher muß für jeden typischen Fall besonders untersucht werden, wofür zunächst kein Bedürfnis vorlag.

Die Vergleichung der Exzentrizitäten und Periastron der genauer bekannten spektroskopischen Doppelsternbahnen mit den EB. — an Stelle der Parallaxen — ergab folgendes.

Die Verzeichnisse spektroskopischer Bahnen von *Ludendorff* (A. N. 4415) und *W. W. Campbell* (Lick Bull. 181) enthalten 59 Systeme, für die e und ω bestimmt worden sind; 12 davon sind Veränderliche vom δ Cephei-, ζ Gemina- oder verwandtem Typus, die kurz mit »Cepheiden« bezeichnet werden sollen. Für ω fallen zunächst 7 Systeme mit $e = 0$, $\omega = 180^\circ$ oder mit gleich hellen und gleich massigen Komponenten weg. Ferner sollen die Exzentrizitäten < 0.10 für sich betrachtet werden, da für sie ω im allgemeinen noch ziemlich unsicher sein wird. Es bleiben dann 35 Sterne, darunter die 12 Cepheiden, für welche $e \geq 0.10$ ist.

Für $e \geq 0.10$ liegen 24 der ω zwischen 0° und 180° , 9 davon betreffen Cepheiden; die übrigen 11 liegen zwischen 180° und 360° (3 Cepheiden). Für $e < 0.10$ sind Cepheiden nicht vorhanden und es entfallen 9 der ω auf $0^\circ-180^\circ$ und 8 auf $180^\circ-360^\circ$. Die Periastron sind also bei den größeren Exzentrizitäten ungleichmäßig, bei den kleineren gleichmäßig verteilt, wobei allerdings zunächst zweifelhaft bleibt, ob bei den letzteren die Unsicherheit der ω nicht eine ähnliche ungleiche Verteilung verwischt. Wie *Ludendorff* (A. N. 4415) ausführt, betrifft die Ungleichmäßigkeit der Verteilung der Periastron hauptsächlich die Cepheiden und die Systeme mit sehr großen Exzentrizitäten. Man kann noch etwas weiter gehen und sagen, daß unter den mittleren und größeren Exzentrizitäten ($e \geq 0.10$) besonders die Sterne mit längerer Umlaufzeit ($> 50^d$) die Tendenz zu der betrachteten ungleichmäßigen Verteilung der Periastron zeigen, indem unter diesen 9 ihr Periastron zwischen 0° und 180° und nur 3 zwischen 180° und 360° haben, während bei den übrigen Sternen ($U < 50^d$) das Verhältnis 6 : 5 besteht, bei gleichem Durchschnittswert der Exzentrizitäten. Von den Periastron der 12 Cepheiden liegen 9 zwischen 32° und 114° , 3 zwischen 209° und 346° . Ohne Rücksicht auf die Periodenlänge haben von den anderen Systemen mit $e \geq 0.50$ 7 das Periastron zwischen 0° und 180° und nur 1 zwischen 180° und 360° , während für $e < 0.50$ das Verhältnis 16 : 16 besteht.

Ordnet man nun das Material nach den EB. und scheidet die Systeme mit $U > 30^d$ als für die Untersuchung des fraglichen Effektes ungeeignet aus, so ergibt sich für

1. EB. < 0.1	a) $e \geq 0.10$	$\omega 0^\circ-180^\circ$	$\omega 180^\circ-360^\circ$
		9 Cepheiden	3 Cepheiden
		5 andere Systeme	3 andere Systeme
	b) $e < 0.10$	6 Systeme	4 Systeme
		Cepheiden fehlen.	

2. EB. > 0.1	a) $e \geq 0.10$	$\omega 0^\circ-180^\circ$	$\omega 180^\circ-360^\circ$
		1 System	2 Systeme
		Cepheiden fehlen.	
	b) $e < 0.10$	2 Systeme	4 Systeme
		Cepheiden fehlen.	

Die ausgeschlossenen Systeme mit $U > 30^d$ verteilen sich folgendermaßen; Cepheiden sind darunter nicht vorhanden.

1. EB. < 0.1	a) $e \geq 0.10$	$\omega 0^\circ-180^\circ$	$\omega 180^\circ-360^\circ$
		5 Systeme	2 Systeme
	b) $e < 0.10$	—	—
2. EB. > 0.1	a) $e \geq 0.10$	$\omega 0^\circ-180^\circ$	$\omega 180^\circ-360^\circ$
		4 Systeme	1 System
	b) $e < 0.10$	1 System	—

Übersieht man die Spärlichkeit des Materials, so könnte man aus der Verteilung der Periastron in der ersten der beiden Zusammenstellungen auf einen Effekt veränderlicher Lichtgeschwindigkeit schließen. Dem widerspricht jedoch das Verhalten der Periastron der Systeme mit größerer Umlaufzeit, welche doch die Tendenz, gegen 90° zu konvergieren, in geringerem Grade zeigen sollten als die der Systeme mit kurzer Umlaufzeit, während das Gegenteil der Fall ist.

Auch aus dem Verhalten der Exzentrizitäten kann eine Bestätigung für das Vorhandensein des fraglichen Effektes nicht abgeleitet werden. Der Durchschnittswert von e für die Systeme mit $U < 30^d$ ergibt sich für

die EB. > 0.1	zu 0.21	aus 11 Systemen,	durchschn. $U 12^d 1$
» EB. < 0.1	» 0.16	» 23	» » 8.3
» Cepheiden	» 0.30	» 12	» » 7.0.

Die Exzentrizitäten müßten mit abnehmender Parallaxe wachsen; jedoch kann ein hier etwa vorhandener Effekt nur schwer ermittelt werden wegen der Beziehungen zwischen e , U und Spektraltypus (*Campbell*, *Ludendorff*, *Schlesinger* und *Baker*, l. c.). Das an sich schon unzureichende Material müßte noch nach dem Spektrum und der Periodenlänge untergeteilt werden, wozu es bei weitem nicht umfangreich genug ist. Aus demselben Grunde hat gegenwärtig die Aufsuchung etwaiger Beziehungen zwischen e und ω einerseits und den Massen oder irgendwelchen spektralen Charakteristiken andererseits keinen Zweck.

Die Annahme, daß die Lichtgeschwindigkeit nur in der Nähe der Lichtquelle periodische Veränderungen der betrachteten Art erfahre, läßt sich ohne weiteres auf den behandelten Fall zurückführen, indem man $\Delta f(K)$ und damit k als unabhängig von Δ ansieht. Beziehungen zwischen Δ und e bzw. ω sind dann natürlich nicht zu erwarten. Die übrigen Effekte würden wahrscheinlich unmerklich sein.¹⁾

Neubabelsberg, 1913 Juni.

P. Guthnick.

¹⁾ Ein die von Herrn *de Sitter* aufgeworfene Frage unter anderen Gesichtspunkten betrachtender Artikel von Herrn *E. Freundlich* wird in der Physik. Z. erscheinen.

Mitteilungen über Veränderliche.

Two Variables.

The positions of two variable stars are given herewith.

The variability of these stars was discovered by Dr. *P. Lowell* in the course of the examination of negatives of star fields